PART2　動点と軌跡

2　点 P が円 $x^2+y^2-4x=0$ 上を動くとき，3 点 A(0，0)，B(2，−2)，P を頂点とする三角形 ABP の重心 G の軌跡を求めよ。

Point Pickup

曲線上を動く点に応じて，軌跡を求めたい点が動くときは，以下の手順で軌跡を求める。

① 曲線上の点を $(s,\ t)$，軌跡を求める点を $(x,\ y)$ とする。

② x，y を，それぞれ s，t を用いて表す。

③ ②の式より，s，t を x，y を用いて表す。

④ $(s,\ t)$ が曲線上の点であることから，③の式を，曲線を表す方程式に代入する。

⑤ ④より得られる x，y の関係式が表す図形を求める。曲線上の点において，問題の条件を満たさないものがある場合は，②(③)の式を用いて，求めた図形から除外する点を求める。

第 6 講　PART2　確認問題

1 点Ｐが円 $x^2+y^2-2x-2y=0$ 上を動くとき，３点 A(0, 0)，B(2, 2)，Ｐを頂点とする △ABP の重心Ｇの軌跡を求めよ。

中心が $\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}\right)$，半径が $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ の円

ただし，$\boxed{\text{オ}}$ を除く。

[$\boxed{\text{オ}}$ の選択肢]

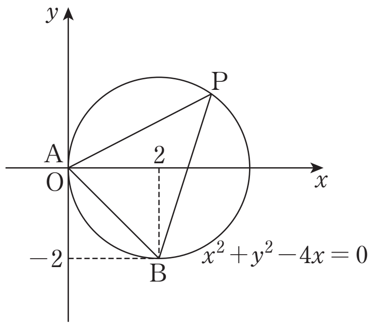
① 点 (0, 0)　　② 点 $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

③ 点 $\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$　　④ 2 点 (0, 0), $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

⑤ 2 点 (0, 0), $\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$　　⑥ 2 点 $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$, $\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

PART2　動点と軌跡

2　点Pが円 $x^2+y^2-4x=0$ 上を動くとき，3点 A(0, 0)，B(2, −2)，P を頂点とする三角形 ABP の重心 G の軌跡を求めよ。



P$(s,\ t)$ とおくと，点Pは円 $x^2+y^2-4x=0$ 上を動くから

$$s^2+t^2-4s=0 \ \cdots\cdots ①$$

△ABP の重心を G$(x,\ y)$ とおくと

$$x=\frac{0+2+s}{3},\quad y=\frac{0-2+t}{3} \ \cdots\cdots ②$$

すなわち　$s=3x-2,\ t=3y+2$ ⋯⋯ ③

③を①に代入して

$$(3x-2)^2+(3y+2)^2-4(3x-2)=0$$

整理して

$$\left(x-\frac{4}{3}\right)^2+\left(y+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$$

ここで，点Pが (0, 0)，(2, −2) のときは，点Pはそれぞれ点A，点Bと一致し，三角形ができないため，不適。

よって　$(s,\ t)\neq(0,\ 0),\ (2,\ -2)$

このとき②より　$(x,\ y)\neq\left(\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}\right),\ \left(\frac{4}{3},\ -\frac{4}{3}\right)$

したがって，求める軌跡は

中心 $\left(\frac{4}{3},\ -\frac{2}{3}\right)$，半径 $\frac{2}{3}$ の円　　ただし，2点 $\left(\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}\right),\ \left(\frac{4}{3},\ -\frac{4}{3}\right)$ を除く

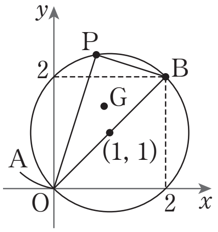
第 6 講　PART2　確認問題 解答

1　**[正解]** ア：1，イ：1，ウ：2，エ：3，オ：⑥

[解説]

P$(s,\ t)$ とすると，点 P は円 $x^2+y^2-2x-2y=0$ 上を動くから [A]

$$s^2+t^2-2s-2t=0 \quad \cdots\cdots (*)$$



[A]　曲線上の点を $(s,\ t)$，軌跡を求める点を $(x,\ y)$ とする。

また，G$(x,\ y)$ とすると

$$x=\frac{0+2+s}{3},\ y=\frac{0+2+t}{3} \quad \cdots\cdots (**)$$ [B]

[B]　3 点 A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$，C$(x_3,\ y_3)$ を頂点とする △ABC の重心の座標は $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

すなわち

$$s=3x-2,\ t=3y-2 \quad \cdots\cdots (***)$$

$(***)$を$(*)$に代入して

$$(3x-2)^2+(3y-2)^2-2(3x-2)-2(3y-2)=0$$

整理すると

$$(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{2}{9}$$

ここで，点 P が $(0,\ 0)$，$(2,\ 2)$ のとき，点 P はそれぞれ点 A，B と一致し，三角形ができないから，不適。よって　$(s,\ t)\neq(0,\ 0),\ (2,\ 2)$

このとき，$(**)$より　$(x,\ y)\neq\left(\frac{2}{3},\ \frac{2}{3}\right),\ \left(\frac{4}{3},\ \frac{4}{3}\right)$

したがって，求める軌跡は

中心が $(1,\ 1)$，半径が $\frac{\sqrt{2}}{3}$ の円

ただし，2 点 $\left(\frac{2}{3},\ \frac{2}{3}\right)$，$\left(\frac{4}{3},\ \frac{4}{3}\right)$ を除く。